

Instrucciones:

- Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas entre las parejas 1A-1B, 2A-2B, 3A-3B y 4A-4B, correspondientes a cada uno de los bloques de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque de contenido, se considerará sólo la primera pregunta respondida de ese bloque.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica no programable ni con conexión a Internet.

Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)

1A. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+a}{2x-4} & x \leq 0 \\ 10x^2 + x + b & x > 0 \end{cases}$

Calcular los valores de los parámetros a y b para que la función $f(x)$ sea continua y derivable en \mathbb{R} . 2.5 pts

Dar las expresiones de la función $f(x)$ y de su derivada $f'(x)$.

1B. Dadas las funciones: $f(x) = x^2 - 4x$; $g(x) = 4 - 4x$

a) Esbozar el gráfico del recinto limitado por las funciones $f(x)$ y $g(x)$ 1.25 pts

b) Determinar el área del recinto limitado por las funciones $f(x)$ y $g(x)$ 1.25 pts

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Sea la matriz $M = A + c \cdot B$, donde c es un número real cualquiera. Calcular los valores de c de forma que el rango $(M) = 1$ 1 pto

b) Sea la matriz $D = A^2 + B \cdot A$. Averiguar la matriz X que cumple la siguiente ecuación matricial: $D \cdot X = -30 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 1.5 pto

2B. En la liga Mate-Basket, las mujeres matemáticas con mayor puntuación son: Lovelace, Noerther y Germain. Las tres acumulan 17500 puntos. Además, lo que ha anotado Germain más 2500 puntos es equivalente a la mitad de lo anotado por Lovelace. Finalmente, Noerther anotó el doble que Germain. ¿Cuál es el ranking de puntuaciones de la liga Mate-Basket de las jugadoras Lovelace, Noerther y Germain? 2.5 pts

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. Dadas las siguientes ecuaciones en el espacio tridimensional:

$$r: 5 - x = y - 3 = 5 - z$$

$$\pi: 3x - 4y - 8z + 35 = 0$$

- a) Comprobar que la recta r y el plano π se cortan en un punto. 1.5 pts
 Averiguar dicho punto.
- b) Calcular la ecuación del plano que pasa por el punto $A(2, 2, 2)$, paralelo a la recta r , y perpendicular al plano π 1 pto

3B. Dado el plano $\pi: -x + 3y + 2z + 5 = 0$

y las rectas secantes $r: \frac{x-5}{2} = y + 2 = 1 - z$ y $s: \frac{x+1}{6} = \frac{y}{-2} = z$

- a) Sea A el punto de intersección de las rectas r y s . 1.5 pts
 Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular al plano π y que pasa por A .
- b) Calcular el ángulo que forman las rectas r y s . 1 pto

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. Con el objetivo de llevar a cabo el proceso de control de calidad de las arandelas, estas se organizan en lotes de 20 arandelas. Si la probabilidad de que una arandela sea defectuosa es de 0,01 y considerando independencia de sucesos:

- a) Determinar si la probabilidad de encontrar en un lote 1 o 2 arandelas defectuosas es mayor del 20% 1.25 pts
- b) Si un lote se rechaza cuando se encuentra al menos una arandela defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de rechazar el lote? 0.75 pts
- c) ¿Cuál es el número esperado de arandelas sin defectos si el lote fuera de 200 arandelas? 0.5 pts

4B. Suponiendo que el tiempo de espera en la cola de Correos sigue una distribución normal de media 7,5 minutos con 2 minutos de desviación típica.

- a) Hallar el porcentaje de personas que esperan más de 9 minutos. 1.25 pts
- b) Correos afirma que: "Menos del 40% de las personas que acuden a Correos esperan entre 7 y 10 minutos". ¿Es correcta la afirmación? 1.25 pts

